

## Revisión de la estructura y evolución estelar

Una estrella es un globo autogravitante de gas que genera energía principalmente por reacciones nucleares en su núcleo, aunque en ciertas fases también genera cantidades sustanciales de energía por contracción o colapso gravitacional. Básicamente, la generación de energía es indispensable para generar la presión que se contrapone a la fuerza gravitatoria de la estrella misma, así permitiendo a la estrella mantenerse en un equilibrio estática. Este equilibrio se mantiene en diferentes configuraciones a lo largo de la vida de una estrella durante sus diferentes fases evolutivas, hasta, en la última etapa, cuando, en la mayoría de las estrellas, se establecerá un equilibrio entre la gravedad y la presión basada en fuerzas nucleares o, para las estrellas más masivas, vencerá completamente la gravedad para producir un hoyo negro cuya estructura interna es desconocida.

Cuando observamos una estrella, lo que vemos directamente son sus capas externas, que constituyen su atmósfera. No vemos las capas subyacentes porque la atmósfera es opaca. Ciertamente, del estudio de la atmósfera, podemos aprender de las condiciones en el interior de la estrella, pero generalmente la información es indirecta. Además, la atmósfera estelar es la región de la estrella donde las condiciones físicas divergen más de un equilibrio termodinámico por estar “en contacto” con el espacio circundante. Desde varios puntos de vista, el estudio de las atmósferas estelares es más complicado que es estudio de los interiores estelares.

Los interiores estelares, por contra, tienen la complicación principal que están ocultadas para observaciones usuales, basadas en el análisis de la luz. Para observar directamente las condiciones interiores, se pueden usar observaciones de neutrinos (en el caso del Sol únicamente) o de ondas sismológicas (asterosismología) que producen pequeñas variaciones en la luminosidad. En ciertos casos afortunados de la evolución avanzada de las estrellas (p.ej., en estrellas WR o ciertas nebulosas planetarias), la evolución misma produce configuraciones que nos permiten ver directamente los resultados de procesos evolutivos que ocurrieron en fases anteriores. No obstante, estas técnicas no son siempre fáciles de aplicar, así que el estudio de interiores depende mucho de la teoría y su comparación (indirecta) con observaciones, particularmente de cúmulos estelares. Estas comparaciones son indirectas, porque se trata de comparar las propiedades predichas de la teoría de la evolución estelar con observaciones de una población estelar que se espera cumple con las suposiciones originales de la teoría.

Esencialmente, se espera que la teoría de la evolución estelar, que es la base del estudio de los interiores estelares, provee el hilo que une observaciones de estrellas y cúmulos de estrellas en distintas fases evolutivas. Es decir, la teoría de interiores estelares nos permite predecir como evolucionarán las estrellas así como las escalas de tiempo para los cambios involucrados, porque las escalas de tiempo son normalmente tan largos que es imposible observar la sucesión de etapas evolutivas en una estrella individual. Para investigar las diferentes etapas, es necesario observar estrellas distintas, lo cual es un modo de experimento fundamentalmente distinto a lo usual.

## El transporte y la generación de energía

En cuanto al transporte de energía, los interiores estelares son más sencillos que las atmósferas. En el interior, el campo radiativo es muy isotrópico porque los fotones se desplazan entre interacciones sobre distancias pequeñas en comparación con las escalas espaciales sobre las cuales cambian las condiciones físicas. En estas condiciones, se puede aproximar el transporte de la energía con la aproximación difusiva. En ciertos casos o fases evolutivas, estas condiciones no se logran, sea porque los gradientes de temperatura o porque la opacidad del plasma son demasiado grandes, y el transporte de la radiación sucede por convección. Ambos casos son más sencillos que en las atmósferas, donde el campo radiativo es muy no-isotrópico, por lo cual las estrellas emiten energía, debido a que los fotones cubren escalas comparables a las escalas sobre las cuales cambian las condiciones físicas entre interacciones.

Desde hace casi un siglo, se entiende que la fuente fundamental de energía de las necesariamente tiene que ser subatómica, proviniendo de reacciones nucleares. En la mayoría de las estrellas y durante la mayoría de sus vidas, la conversión de hidrógeno a helio es la fuente de energía fundamental y determina la escala de vida de las estrellas.

- Se define la temperatura efectiva de una estrella a partir de su luminosidad bolométrica.
- Para un cuerpo negro, que emite y radia con una eficiencia perfecta, la luminosidad por unidad de área es
$$\sigma T^4 \text{ erg/cm}^2/\text{s},$$
donde  $\sigma$  es la constante de Stefan-Boltzmann y  $T$  la temperatura efectiva. Entonces, para una estrella, definimos la luminosidad bolométrica,  $L$ , por
$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 \text{ erg/s},$$
donde  $R$  es el radio de la estrella.
- Es importante notar que la aproximación de que las estrellas tienen un espectro de cuerpo negro no es perfecta, pero generalmente las temperaturas determinadas de estudios de las atmósferas estelares son generalmente muy parecidos a esta temperatura efectiva.

## Escalas de tiempo

- A partir de estudios de la geología terrestre, sabemos que surgió algo más de hace 4000 millones de años, que indicaremos como  $t_{ev}$ .
- La gravedad controla el estado evolutivo de las estrellas.
- Para ver esto, consideremos que sucedería si desapareciera toda la presión interna del Sol. ¿Sobre cual escala de tiempo notaríamos un cambio?

- En caída libre, la trayectoria satisface

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GM}{r^2}$$

donde  $M$  es la masa del Sol.

- A lo largo de la trayectoria de longitud  $R$  y en tiempo  $t_{ff}$  (tiempo de caída libre), el promedio de

$$\frac{d^2 r}{dt^2} \approx -\frac{R}{t_{ff}^2},$$

lo cual implica

$$-\frac{R}{t_{ff}^2} = -\frac{GM}{R^2} \quad \text{o} \quad t_{ff} = \sqrt{\frac{R^3}{GM}} \text{ s.}$$

- Para el Sol, el resultado numérico es 1594 segundos, o menos de media hora, para caer de la superficie al centro del Sol.
- Por lo tanto, si desapareciera la presión interna del Sol, la gravedad lo haría aparente esencialmente de inmediato. Notar que  $t_{ff} \ll t_{ev}$ .
- Se puede demostrar que la energía potencial gravitatoria es insuficiente para mantener la luminosidad del Sol:
  - La luminosidad del Sol es de  $3.99 \times 10^{33}$  erg/s.
  - La energía potencial gravitatoria del Sol es de
 
$$K = -\frac{GM^2}{R}$$
 o aproximadamente  $4 \times 10^{48}$  erg.
  - Entonces, esta fuente de energía podría proveer la luminosidad del Sol durante solamente aproximadamente  $10^{15}$  segundos, o 30 millones de años, que es mucho menos que la edad de la tierra.
- Por otra parte, se puede demostrar que el combustible nuclear tiene la capacidad de mantener la luminosidad del Sol sobre escalas de tiempo mayores a la edad de la tierra.
  - La energía equivalente a la masa del Sol es de
 
$$E = M_{\odot}^2 c = 1.79 \times 10^{54} \text{ erg.}$$
  - Aun si solamente una décima parte de esta energía fuera disponible, podría proveer la luminosidad del Sol durante  $4.5 \times 10^{19}$  segundos, o  $1.5 \times 10^{12}$  años.
- Entonces, la energía del Sol tiene que venir de reacciones nucleares. Si faltan, vemos que la gravedad cambiará el estado esencialmente instantáneamente.

## Equilibrio hidrostático

- Para contrarrestar la gravedad, se requiere una presión. ¿De qué orden de magnitud son estas presiones?
  - Si suponemos una densidad constante, el radio  $r = 2^{-1/3} R$  divide una esfera en dos partes de igual masa.
  - La superficie de la esfera interior es de  $4\pi 2^{-2/3} R^2 \text{ cm}^2$ .
  - La fuerza de la gravedad en este punto es  $G(M/2)^2 / (2^{-1/3} R)^2 \text{ dyn}$ .
  - Entonces, la presión es la fuerza dividida por el área,
 
$$P = \frac{2^{4/3} M^2 G}{16\pi R^4} = 5.6 \times 10^{14} \text{ dyn.}$$
  - En realidad, el Sol tiene un fuerte gradiente de densidad y las presiones varían de más de  $10^{17}$  dyn en el centro hasta  $5.6 \times 10^{12}$  dyn a  $r = 2^{-1/3} R$ .

## La luminosidad de Eddington

- Existe un límite a la luminosidad para una configuración estática, que es la luminosidad de Eddington.

- El momento de un fotón es

$$p_\gamma = \frac{E}{c} .$$

- Por lo tanto, la radiación atravesando una unidad de área a un radio  $r$  en una estrella transporta un momento

$$P = \frac{L}{4\pi r^2 c} .$$

- La sección recta para interacciones entre fotones y electrones (que llevan a los iones) es  $\sigma_T = 6.7 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$ , lo cual implica una fuerza de

$$F = \frac{\sigma_T L}{4\pi r^2 c} .$$

- Si igualamos esto a la fuerza gravitatoria de un átomo de hidrógeno (los iones más comunes)

$$\frac{\sigma_T L}{4\pi r^2 c} = \frac{m_H MG}{r^2} ,$$

obtenemos la luminosidad límite de Eddington para la estabilidad de

$$L = \frac{4\pi c m_H}{\sigma_T} GM = 1.3 \times 10^{38} \left( \frac{M}{M_\odot} \right) \text{ erg/s} .$$

### **Ecuaciones de estado**

- Del equilibrio hidrostático, es evidente como la gravedad establece la presión en el interior de las estrellas.
- La temperatura se establece a través una ecuación de estado que relaciona la temperatura y la presión para el gas y el campo radiativo.
- Para un gas ideal, la presión,  $P$ , está relacionado con la temperatura,  $T$ , a través

$$P = nkT = \frac{\rho kT}{m} = \frac{\rho kT}{\mu m_H} ,$$

donde  $k$  es la constante de Boltzmann,  $n$  es la densidad de partículas,  $m$  la masa por partícula,  $\rho$  la densidad,  $\mu$  la masa molecular promedia y  $m_H$  la masa del átomo de hidrógeno.

- Para el campo radiativo, la presión y temperatura están relacionadas por

$$P = \frac{1}{3} aT^4 ,$$

donde  $a$  es la constante de radiación,

$$a = \frac{8\pi^5}{15} \frac{k^4}{c^3 h^3} = 7.565 \times 10^{-15} \text{ erg/cm}^3/\text{K}^4$$

con  $h$  siendo la constante de Planck y  $c$  la velocidad de la luz.

(Por si interesa,  $a = 4\sigma/c$ , donde  $\sigma$  es la constante de Stefan-Boltzmann.)

- En el interior de una estrella, las presiones del gas y del campo radiativo se suman para constituir la presión total

$$P = \frac{\rho kT}{\mu m_H} + \frac{1}{3} aT^4 .$$

- En material degenerado, donde la presión no depende de la temperatura,

$$P = k_i \rho^{5/3} \text{ para material no relativista o}$$

$P = k_2 \rho^{4/3}$  para material relativista,  
 $k_1$  y  $k_2$  siendo constantes.

### Temperaturas internas

- Dadas las dependencias distintas para la presión de la radiación y el gas, para temperaturas suficientemente elevadas, eventualmente la presión de radiación domina. Este régimen ocurre en estrellas más masivas que el Sol.
- Si adoptamos

$$P = k \frac{GM^2}{R^4} \quad \text{y} \quad \rho = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} = \frac{3M}{4\pi R^3},$$

deducimos una temperatura resultante de la presión del gas (sin considerar la presión radiativa) de

$$T_g = \frac{4\pi}{3} kG \frac{\mu m_H}{k} \frac{M}{R} = 2.4 \times 10^7 \text{ K}$$

en el caso del Sol, suponiendo que  $k = 0.5$ .

- Con la misma aproximación para la presión, deducimos una temperatura resultante de la presión radiativa de

$$T_r = \left( \frac{3kG}{a} \right)^{1/4} \frac{M^{1/2}}{R} = 3.9 \times 10^7 \text{ K}$$

en el caso del Sol, suponiendo de nuevo que  $k = 0.5$ .

- Notar que la dependencia sobre la masa de la estrella es diferente, lo cual define dos regímenes donde domina la presión del gas y la presión del campo radiativo.
- En la medida de que las aproximaciones son válidas, obtenemos que la presión debido a la radiación domina para masas mayores a aproximadamente  $2.5 M_\odot$ .

### La teorema virial

- Las estrellas están compuestas de muchas partículas, del orden de  $10^{57}$  en el caso del Sol.
- La energía total de este sistema de partículas es la suma de la energía potencial gravitacional,  $\Omega$ , y las energías de las partículas individuales,  $U$ , que es principalmente energía cinética. La energía total es entonces

$$E = U + \Omega.$$

- Como en el caso de un planeta en órbita alrededor del Sol, la energía total tiene que ser negativo si el sistema está ligada. En el caso de la energía cinética, para partículas no relativistas,

$$U_k = -0.5\Omega$$

y la energía total es entonces,

$$E = U_k + \Omega = 0.5\Omega < 0.$$

En el caso de partículas relativista

$$U_k = -\Omega \quad \text{y} \quad E = U_k + \Omega = 0.$$

- Veremos que estos resultados implican masas máximas posibles para estrellas sopor-tadas por la presión debido a fotones ( $50 M_\odot$ ), electrones ( $1.4 M_\odot$ ) y neutrones ( $2 M_\odot$ ).

- La teorema virial permite predecir los cambios resultantes de la configuración de la estrella. Suponemos que la estrella se contrae. Como resultado,  $\Omega$  resulta más negativo. Por lo tanto,  $U_k$ , también cambia para mantener el equilibrio energético. Este cambio en  $U_k$  es positivo, es decir al contraer la estrella, la energía de las partículas aumenta, lo que provoca un aumento en su temperatura.
- Como analogía, un satélite en órbita alrededor de la tierra va más rápidamente cuanto más decae el radio de su órbita.

### **Efectos relativistas**

- Efectos relativistas serán importantes bajo tres condiciones
  - las velocidades de las partículas se acercan a la velocidad de la luz
  - las energías son comparables a la energía equivalente de la masa (vía  $E = mc^2$ )
  - los campos gravitacionales son fuertes
- Las dos primeras condiciones son más o menos evidentes. ¿Cuál es el criterio para la tercera?
  - Básicamente, los campos gravitacionales son fuertes cuando la energía potencial gravitacional es parecido a la energía equivalente de la masa,  $|\Omega| \sim Mc^2$ .
  - En estas condiciones,
 
$$R \sim \frac{MG}{c^2} .$$
  - Más generalmente, se consideran los campos gravitacionales suficientemente fuertes que la teoría de Newton no aplica (y se tiene que usar la relatividad general) cuando
 
$$R_g = 2 \frac{MG}{c^2} .$$
  - Se consideran a objetos con radios  $R \approx R_g$  como relativistas, no solamente porque sus campos gravitacionales son fuertes, sino porque también sus campos gravitacionales pueden impartir velocidades relativistas a objetos que los rodea.

### **Evolución estelar**

#### **Duración de la fase de secuencia principal**

- Solamente el núcleo de la estrella alcanza las temperaturas necesarias para sostener reacciones nucleares.
- El núcleo representa del orden de 10% de la masa de la estrella.
- En la fase de la secuencia principal, se genera energía convirtiendo hidrógeno a helio. La suma de las masas de cuatro átomos de hidrógeno es 4.0316 unidades atómicas. La masa de un átomo de helio es de 4.0026 unidades atómicas. La diferencia,  $4.85 \times 10^{-26}$  g, representa la energía generada en la producción de cada átomo de helio,  $4.36 \times 10^{-5}$  erg. La diferencia de masas representa 0.72% de la masa original de los cuatro átomos de hidrógeno y, por lo tanto, representa la fracción de la masa convertida a energía.

- Entonces, la duración de la fase de secuencia principal será del orden de

$$\tau_{MS} \approx \frac{0.0072M_c c^2}{L} \approx \frac{0.00072Mc^2}{L},$$

donde  $M$  y  $M_c$  representan la estelar y la masa del núcleo, respectivamente, y  $L$  es la luminosidad.

- En el caso del Sol, el cálculo indica  $\tau_{MS} \approx 3.4 \times 10^{17}$  s, o aproximadamente  $10^{10}$  años.
- Típicamente, una estrella pasa del orden de 90% de su vida en la fase de la secuencia principal

## Fases evolutivas finales

- Enanas blancas:
  - En las enanas blancas, los electrones proveen la presión que contrarresta a la fuerza gravitatoria.
  - Que las partículas sean relativista o no, la presión es dada por una expresión  $P = \rho^\alpha$ .
  - Si usamos la expresión para el equilibrio, encontramos  $P \propto \frac{GM^2}{R^4}$  así que  $\rho^\alpha \propto \frac{GM^2}{R^4}$ .
  - Si además notamos que  $\frac{M}{R^3} \sim \rho$  podemos despejar  $M \propto \rho^{(\alpha-4/3)^{3/2}}$ .
  - Si las partículas no son relativistas, lo cual sucede para estrellas de las más bajas masas,  $\alpha = \frac{5}{3}$  y  $M \propto \rho^{1/2}$ .
  - Por otra parte, cuando las partículas son relativistas,  $\alpha = \frac{4}{3}$  y  $M \propto \text{constante}$ , lo cual implica un límite superior a la masa de las enanas blancas.
  - La masa límite se conoce como la masa de Chandrasekhar y varía de 1.0 a 1.4 masas solares dependiendo de la composición química.
- supernovas y destellos de rayos gama:
  - En las estrellas con suficiente masa para iniciar reacciones nucleares a partir del carbono y oxígeno, la evolución es una secuencias de etapas de quemado nuclear intercalada entre contracciones gravitatorias.
  - Hasta la formación de  $\text{Fe}^{56}$ , la fusión es siempre exotérmico, pero la combustión de  $\text{Fe}^{56}$  es endotérmica, es decir, que cuesta energía y no la libera.
  - Una vez que se haya formado un núcleo de  $\text{Fe}^{56}$ , sucederá lo que siempre sucedió antes para iniciar una nueva etapa de combustión nuclear, el núcleo se contraerá.
  - Al contraer, la temperatura subirá, lo cual fomentará la desintegración de  $\text{Fe}^{56}$   $\text{Fe}^{56} \rightarrow 13 \text{He}^4 + 4 \text{n}$ .
  - Cada desintegración absorbe energía, lo cual el proceso de contracción gravitacional está muy dispuesto a entregar. El resultado es un colapso gravitacional ca-

- tastrófico. No solamente el calentamiento no genera energía, sino que, al contrario, lo absorbe.
- Al rebasar la temperatura los  $10^9$  K, se desintegran a su vez el  $\text{He}^4$   
 $\text{He}^4 \rightarrow 2\text{p} + 2\text{n}$ ,  
disparando así otra fuga energética que solamente empeora el catástrofe en proceso.
  - Dependiendo de los detalles, que son poco conocidos, el colapso podría terminar en la formación de una estrella de neutrones con una masa límite entre 2 y 5 masas solares.
  - Si la masa del núcleo rebasa este límite, el núcleo formará un hoyo negro.
  - En cuanto al resto de la estrella, de alguna manera, la energía liberada detona las capas exteriores al núcleo, eyectándolas al espacio a velocidades de hasta  $10^4$  km/s, así produciendo un supernova.
  - Sabemos que se forman estrellas de neutrones, porque las vemos como pulsares, a veces dentro de la cáscara fragmentada eyectada en el proceso de supernova.
  - En los últimos años, parece más y más probable que otras posibilidades existen para la muerte de las estrellas más masiva, en la forma de destellos de rayos gama y hypernova. Estos procesos son aun más energéticas que las supernovas, pero mucho menos entendidos.