

Evolución después de la secuencia principal

- La duración de las fases evolutivas después de la secuencia principal representa una fracción pequeña (~10%) de la vida total de una estrella, pero usualmente son las fases evolutivas más espectaculares.
- Como resultado de la corta duración de las fases evolutivas tardías, ejemplos de estrellas en estas fases son raros, lo cual dificulta la comparación entre observaciones y teoría y limita la precisión de nuestro entendimiento de estas fases. Naturalmente, la dificultad es mayor para estrellas de mayor masa porque estas son menos comunes, aun en la secuencia principal.
- Un rasgo común de estrellas en fases evolutivas tardías es la existencia simultánea de múltiples fuentes de combustión nuclear, tanto en el núcleo propio como en cáscaras de combustión activa. Usualmente, estas cáscaras “activas” están separadas por cáscaras inertes, donde no suceden reacciones nucleares.
- La definición del núcleo mismo resulta algo complicado en una estrella con estratificación química. Ya no aplicará la diferencia sencilla de la secuencia principal, donde el núcleo era la región de la estrella con combustión nuclear. En general, el núcleo consta de la región central de la estrella con una composición química uniforme y un comportamiento dinámico distinto a las capas inmediatamente superiores. Usualmente, la composición química del núcleo es distinta a la de las capas superiores, pero no es necesariamente el caso.

Escenario

- Cuando termina la fase de secuencia principal,
 - contrae el núcleo y
 - se forma una cáscara activa de combustión de hidrógeno rodeando al núcleo inerte.

La inhomogeneidad química

- El resultado fundamental de la evolución durante la fase de secuencia principal es establecer regiones con composiciones químicas distintas dentro de la estrella, o sea, la estratificación química. El núcleo termina con una composición química dominada por helio mientras que la envoltura sigue con una composición dominada por hidrógeno.
- La inhomogeneidad química implica tres consecuencias importantes que afectan a la evolución de las estrellas:
 - La estratificación química resulta en una mayor concentración de la masa hacia el centro de la estrella.
 - La posición de las cáscaras de combustión nuclear tiende a mantenerse en un radio constante.
 - Cambios de volumen cambian de signo al encontrar una cáscara de combustión nuclear activa, pero no al encontrar una cáscara inerte.

La concentración de la masa hacia el centro

- En casi todas las fases de combustión nuclear, los residuos tienen una masa molecular promedio mayor a la del combustible. Por ejemplo, $\mu(\text{He}) = 4/3$ y $\mu(\text{H}) = 1/2$. De la ley de gases ideales,

$$P = \frac{\rho}{\mu m_H} kT ,$$

vemos que la densidad tendrá que aumentar a medida que aumenta la masa molecular promedio para que la presión se mantenga en equilibrio. Este resultado es aun más evidente cuando consideramos que la masa involucrada no cambia. Si aumenta la densidad del núcleo, disminuirá su volumen, lo cual implica que la presión tiene que aumentar aun más para contrarrestar la mayor fuerza de la gravedad en esta configuración más compacta. (La fuerte sensibilidad de la generación de la energía a la temperatura implica que la temperatura no cambiará mucho para ayudar a aumentar la presión.)

- La gráfica que sigue presenta esquemáticamente la discontinuidad química entre el núcleo y la envoltura al terminar la secuencia principal.

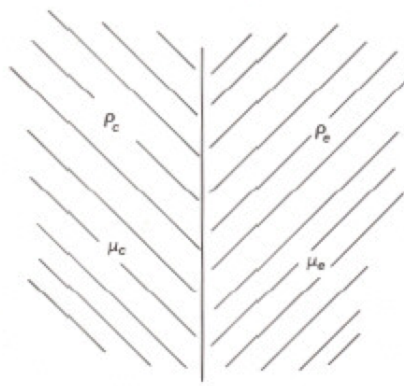


Figure 10.1. Composition discontinuity between He-rich core (left) and H-rich envelope (right).

- Si esperamos que la estrella esté térmica y hidrostáticamente estable, es necesario que la temperatura y la presión estén continuas en la interfaz de la discontinuidad química. Si ambas regiones satisfacen la ley para gases ideales,

$$\frac{\rho_c}{\mu_c} = \frac{\rho_e}{\mu_e} \quad (1)$$

donde los suscritos c y e indican valores en el núcleo y la envoltura, respectivamente, de lo cual deducimos nuevamente que necesariamente $\rho_c > \rho_e$. Notar que ρ_c y ρ_e son los valores de la densidad de ambos lados de la interfaz entre el núcleo y la envoltura.

- Una medida de la concentración de la masa es el cociente de la densidad a un radio r con $\bar{\rho}(r)$, la densidad promedio dentro de este radio. Definimos el grado de concentración, U (adimensional), según

$$U = \frac{3\rho(r)}{\bar{\rho}(r)} \quad \text{donde} \quad \bar{\rho}(r) = \frac{3m(r)}{4\pi r^3} , \quad (2)$$

$m(r)$ siendo la masa interior al radio r . Evidentemente, $0 \leq U \leq 3$ mientras el radio varía de la superficie ($\rho(R) = 0$) al centro de la estrella. Se puede demostrar que

$$U = \frac{d \ln m(r)}{d \ln r} = \frac{d \ln q}{d \ln r} \quad \text{donde} \quad q = \frac{m(r)}{M} , \quad (3)$$

M siendo la masa total de la estrella.

- Si la frontera entre el núcleo y la envoltura es abrupta, $\bar{\rho}(r)$ será constante a través la interfaz. Por lo tanto, la ecuación (1) implica una discontinuidad en U según

$$\frac{U_c}{\mu_c} = \frac{U_e}{\mu_e} \quad \text{o} \quad \frac{U_c}{U_e} = \frac{\rho_c}{\rho_e} . \quad (4)$$

La posición de las cáscaras de combustión nuclear

- La gráfica que sigue presenta esquemáticamente la variación de la densidad en una interfaz, núcleo-envolvente, por ejemplo, donde además suponemos que existe una cáscara de combustión nuclear activa.

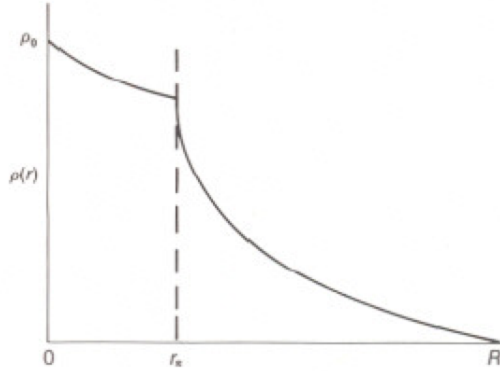


Figure 10.2. Density profile in a star containing an active thermonuclear shell source located at r_s .

- Consideramos porque la posición, r_s , de esta cáscara activa no cambia significativamente. Si aproximamos la envoltente con una relación politrópico, $\rho = KT^n$ donde K es un constante, la ley de gases ideales implica

$$\frac{dP}{dr} = \frac{dP}{dT} \frac{dT}{dr} = \frac{dT}{dr} \left(\frac{d}{dT} \frac{\rho k T}{\mu m_H} \right) = \frac{\rho k (n+1)}{\mu m_H} \frac{dT}{dr} \quad (5)$$

Por otra parte, la ecuación de equilibrio hidrostático implica

$$\frac{dP}{dr} = - \frac{m(r)G}{r^2} \rho ,$$

lo cual permite derivar

$$T_s = \frac{\mu m_H}{k(n+1)} \frac{M_c G}{r_s} + C \quad (6)$$

donde T_s es la temperatura de la cáscara de combustión nuclear activa, C es un constante de integración (entre r_s y el radio total) y suponemos que la mayoría de la masa de la envoltente es cercana al radio r_s . El valor de C no importa. Vemos que $T_s \sim r_s^{-1}$. Aunque la derivación depende de varias suposiciones, resultados numéricos también apoyan la relación entre la temperatura y el radio de la cáscara.

- Ahora, suponemos que cambia r_s , siendo más pequeño. En este caso, la temperatura será mayor, lo cual implica un aumento en la energía generada. A su vez, este aumento provocará una subida de la presión, una expansión de la envoltente y una bajada de la temperatura hasta lograr el equilibrio de nuevo, a un radio mayor. Si suponemos un cambio en r_s del sentido contrario, una secuencia de eventos contrarios ocurre. Como consecuencia, el radio, r_s , de una cáscara de combustión nuclear activa tiende a mantenerse fijo.
- Notar que el radio r_s se mantiene fijo a pesar de que la masa interior a este radio aumenta con el tiempo. Dado que aumentará M_c con el tiempo, la ecuación (6) indica que la temperatura de la cáscara de combustión también irá en aumento, un resultado que confirman cálculos numéricos, cuyo origen veremos a continuación.

Cambios de volumen

- A partir de la estructura estelar presentada en la gráfica anterior, consideramos como reacciona la envoltura mientras la masa en el núcleo se concentra hacia el centro. Reacomodando la ecuación (3) e integrando (de r_s al radio total), obtenemos

$$\ln R = \ln r_s + \int_{q_s}^1 \frac{d \ln q}{U}, \quad (7)$$

donde R es el radio total de la estrella y $q_s = M_c/M$ es la fracción de la masa en el núcleo. Sabemos que

- r_s se mantiene aproximadamente constante (ver sección anterior), la variación en el radio total se deberá a la variación de la integral en la ecuación (7).
- si r_s es constante y la densidad central aumenta con el tiempo (penúltima sección), la densidad en el núcleo justo interior a la cáscara activa bajará a pesar de que $\bar{\rho}(r_s)$ aumentará lentamente. (Lo anterior sucede porque varía mucho más rápidamente que una relación lineal.)
- si baja ρ_c , la densidad en la orilla del núcleo, también bajará U_c , la concentración de la masa en la orilla del núcleo.
- Como consecuencia de la ecuación (4), también baja U_e , la concentración de la masa en la profundidad de la envoltura y, como resultado, en toda la envoltura de la estrella. Así, el denominador en el integral de la ecuación 7 resulta menor.
- los valores de q en la envoltura crecen mientras crece la masa del núcleo (son necesariamente entre q_s y 1.0), por lo cual en numerador en la integral es mayor.
- Los dos efectos anteriores contribuyen a aumentar el radio total.
- Otra manera de ver que se expande la atmósfera es considerar el teorema virial y el equilibrio hidrostático.
 - Suponemos que la luminosidad de la cáscara es fija, al menos sobre escalas de tiempo dinámicas.
 - Debido a la generación de luminosidad, la masa del núcleo crece, así como la densidad central de la estrella (resultado del radio r_s constante).
 - El aumento de la masa del núcleo en un volumen fijo es equivalente a transferir masa hacia el interior de la estrella. Es decir, simula una contracción del interior de la estrella. Como consecuencia, cambia la energía potencial gravitatoria, siendo ahora más negativo para el núcleo.
 - Para cumplir con el teorema virial, el núcleo tiene que calentarse (si es que la energía se absorbe en el núcleo) o la energía es absorbida en otra parte de la estrella.
 - Para cumplir con el equilibrio hidrostático, es necesario conservar la energía potencial gravitatoria, lo cual implica que la energía potencial de la envoltura tiene que evolucionar a valores menos negativos para compensar la evolución de la energía potencial del núcleo.
 - Como resultado, la envoltura tiene que expandir.
- La gráfica que sigue presenta esquemáticamente el cambio del perfil de densidad al inicio de la secuencia principal (línea recta) y después del establecimiento de una cáscara de combustión de hidrógeno (línea quebrada).

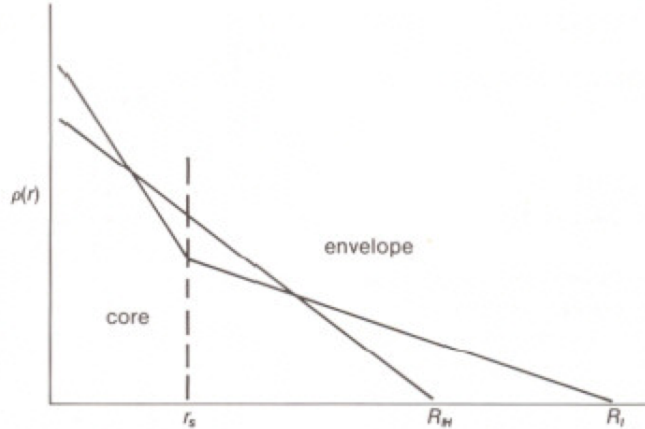


Figure 10.3. Effect of core contraction and envelope expansion associated with an active thermonuclear shell source. R_H is the radius in the homogeneous state.

- Si la cáscara fuera inerte, en lugar de expandir, la estrella contraería cuando contrae el núcleo, como sucede inmediatamente después de la fase de secuencia principal para las estrellas de la parte superior de la secuencia principal. Esencialmente, si una cáscara activa mantiene la luminosidad de la estrella, el cambio en la energía potencial gravitatoria puede usarse para el trabajo necesario para expandir a la estrella. Si no, el cambio en la energía potencial no está disponible para este trabajo, sino que proveerá la luminosidad requerida para mantener el equilibrio hidrostático.

La evolución de cáscaras activas

- Primero, conviene entender porque las cáscaras de combustión nuclear son delgadas.
 - Anteriormente, derivamos que $T \sim r^{-1}$.
 - Si suponemos que $\rho \sim r^{-N}$ y que la mayoría de la masa es interior a esta cáscara activa, es decir $m(r) \sim M$, para $r > r_s$, la cantidad ρr^3 es entonces constante para $r > r_s$, lo cual implica que $N \sim 3$.
 - Finalmente, sabemos que la energía generada será

$$L = \varepsilon_{0,i} \rho X_i X T^n \approx \varepsilon_{p-p} X^2 r^{-3-n} = \varepsilon_{p-p} X^2 r^{-9} \quad \text{protón-protón, } n \approx 6$$

$$\approx \varepsilon_{CNO} X_{CNO} X r^{-3-n} = \varepsilon_{CNO} X_{CNO} X r^{-19} \quad \text{CNO, } n \approx 16$$
 lo cual hace patente que la generación de energía variará muy rápidamente con el radio, particularmente dado que normalmente será la cadena CNO que dominará.
- Por lo tanto, debido a la variación de la densidad y temperatura con el radio y de la fuerte sensibilidad de la generación de energía sobre la temperatura, las cáscaras de combustión nuclear son delgadas. Típicamente, el grosor de estas cáscaras es del orden de por cientos del radio solar.
- Segundo, conviene considerar como la cáscara provoca cambios en el núcleo inerte de la estrella. La cáscara controla la evolución del núcleo porque la generación de energía en la cáscara agrega masa al núcleo de la estrella. Dado que esto sucede a volumen constante, equivale a una contracción de la parte interior de la estrella.
- Según el teorema virial, la mitad de la energía potencial liberada por la contracción se utiliza para calentar el material o es perdida por radiación. La energía potencial gravitatoria del núcleo es

$$\Omega = -\alpha \frac{M_c^2 G}{R_c},$$

donde los suscritos c indican cantidades referentes al núcleo y α es un constante. Entonces, la energía liberada por contracción es

$$d\Omega = -\frac{\alpha M_c^2 G}{2 R_c} \left(2 \frac{dM_c}{M_c} - \frac{dR_c}{R_c} \right) \quad (9)$$

Dado que el radio es constante (el radio de la cáscara de combustión nuclear es constante), se puede despreciar el último término.

- La luminosidad del núcleo, debido al aumento en masa es la tasa de acreción de masa por el potencial gravitatorio

$$L_c = \frac{M_c G}{R_c} \frac{dM_c}{dt}. \quad (10)$$

Se puede relacionar la luminosidad del núcleo a la de la cáscara de combustión nuclear, porque el proceso de generación de energía es la fuente de la masa que se agrega al núcleo. La luminosidad de la cáscara es el producto de la abundancia de hidrógeno en la envolvente, X_e , la energía producida por gramo fusionando cuatro átomos de hidrógeno en uno de helio, E_H , y la masa de helio producido por unidad de tiempo,

$$L_s = E_H X_e \frac{dM_c}{dt} \quad (11)$$

Se puede usar las ecuaciones (10) y (11) para eliminar la tasa de acreción de material en el núcleo para obtener

$$L_c = \frac{M_c G}{R_c} \frac{L_s}{E_H X_e} \quad (12)$$

de lo cual podemos ver que $L_c \ll L_s$ para valores típicos de los parámetros en la ecuación (12). Por ejemplo, si $M_c \sim 0.2 M_\odot$, $R_c \sim 0.03 R_\odot$, $E_H \approx 6.4 \times 10^{18}$ erg y $X_e \approx 0.6$, como sucedería en el Sol, $L_c \sim 0.003 L_s$.

- Finalmente, dividiendo la ecuación (9) por la (12) da la escala de tiempo para la contracción del núcleo,

$$\Delta t = -\frac{\alpha}{2} M_c \frac{E_H X_e}{L_s} \left(2 \frac{dM_c}{M_c} - \frac{dR_c}{R_c} \right) \quad (13)$$

Como ejemplo, para un cambio de 10% en la masa del núcleo (suponemos ningún cambio en el radio), los parámetros anteriores y una luminosidad, $L_s \sim 2 L_\odot$, como sucederá para el Sol cuando se acerca al base de la rama de gigantes, implican $\Delta t \sim \alpha \times 10^{16}$ s (o $\sim 3 \times 10^8$ años dado que α es un número del orden de la unidad), que es del orden de varios por cientos de la duración de la fase de la secuencia principal.

Evolución en el diagrama HR

- La discusión anterior define la evolución inicial en el diagrama HR.
 - Con el tiempo, la cáscara de combustión de hidrógeno aumenta la masa del núcleo.
 - Conforme aumenta la masa del núcleo, aumenta la temperatura de la cáscara de combustión, lo cual aumenta la luminosidad.
 - Conforme aumenta la masa del núcleo, aumenta el radio de la estrella. Dado que la luminosidad aumenta lentamente, no compensará el cambio en el radio, por lo cual la temperatura efectiva bajará.

- Entonces, inicialmente la evolución será hacia la derecha y ligeramente hacia arriba en el diagrama HR.
- Eventualmente, la baja temperatura de la envoltente permitirá la recombinación de hidrógeno y helio, lo cual favorecerá el transporte de energía por convección. Por otra parte, la masa del núcleo seguirá subiendo.
 - El radio seguirá aumentando, no solamente porque la masa del núcleo aumenta, sino también por la disminución en el gradiente adiabático, lo cual requiere de mayor distancia para transportar la energía generada (como sucedió en la etapa de proto-estrella). Sin embargo, la temperatura efectiva cambiará muy poco.
 - La luminosidad seguirá subiendo, porque la temperatura de la cáscara de combustión nuclear seguirá subiendo.
- Entonces, la trayectoria en el diagrama HR en esta segunda fase será hacia arriba sin cambio importante en la temperatura (irá bajando, pero paulatinamente). A groso modo, la traza evolutiva en esta etapa es la inversa de la traza de la proto-estrella.

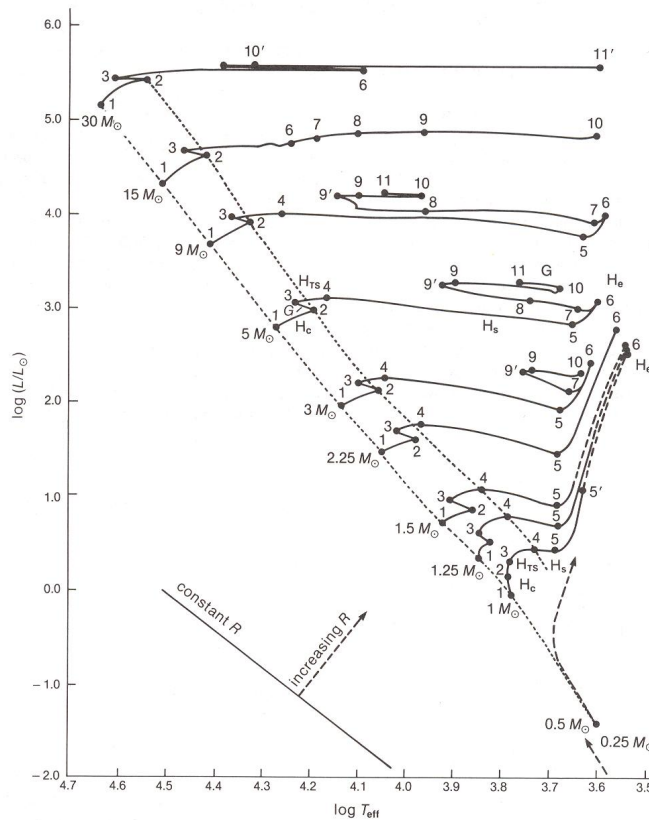


Figure 9.1. Evolutionary tracks for models of stars after the main sequence. Model mass is shown next to the initial point on zero age main sequence. Dotted lines indicate boundaries of the main sequence. Lines of constant radius and increasing radius as shown in lower left. Elapse times between points are shown in Table 9.1. The stages are labeled as: H_c , hydrogen core burning; $H_{tr,s}$, thick hydrogen shell burning; H_s , shell hydrogen burning; He , helium core burning; and G , gravitational energy release. The $15 M_{\odot}$ track does not reverse in the giant region, because the semiconvective region was treated as fully convective in this model.

Figura 9.1

Gigantes rojas

El caso de una estrella de $1 M_{\odot}$

- La gráfica que sigue presenta la estructura interna de una estrella de $1 M_{\odot}$ entre los puntos 4 y 5 de la Fig. 9.1 (figura anterior).
 - Claramente, se ha desarrollado una fuerte distinción entre el núcleo y la envoltura en los perfiles de temperatura y luminosidad.
 - Casi la totalidad de la energía se genera en una cáscara delgada donde sucede la combustión de hidrógeno. La pequeña producción de luminosidad en el núcleo se debe a la contracción gravitatoria.
 - La pequeña disminución de la luminosidad al atravesar la envoltura se debe al trabajo necesario para expandir la envoltura (debido a la contracción del núcleo).

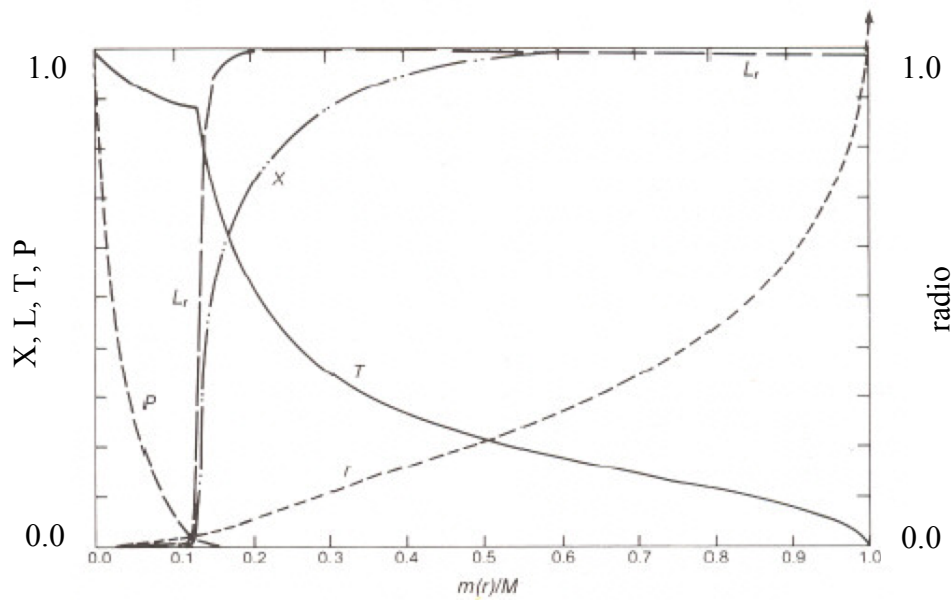


Figure 10.7. Model of a $1 M_{\odot}$ star just after it leaves the main sequence, at time 10.31×10^9 years. The maximum value of the ordinate for each curve is: $r = 2.13 R_{\odot}$; $P_c = 5.15 \times 10^{19}$ dynes cm^{-2} ; $T_c = 2.39 \times 10^7$ K; $L = 2.82 L_{\odot}$; $X = 0.708$. The total radius is $2.2179 R_{\odot}$, and the central density is 1.52×10^5 g cm^{-3} . Note the gradual increase in L for $m(r)/M \geq 0.4$.

- Conforme avanza el tiempo, la combustión en la cáscara aumenta la masa del núcleo, lo cual aumenta la temperatura y la luminosidad de la cáscara y provoca que se expande más la estrella. El aumento de la densidad del núcleo aumenta la temperatura, pero no lo suficiente para iniciar la combustión de helio. Se irá aplanando el gradiente de temperatura en el núcleo.
- Eventualmente, el gradiente de temperatura en la envoltura es tan pequeña que se inicia el transporte de la energía por convección. La masa creciente del núcleo hace que sigue creciendo la temperatura y la luminosidad de la cáscara de combustión de hidrógeno. Sin embargo, dada la eficiencia de la convección, no cambia la temperatura efectiva de la estrella, provocando un aumento de su luminosidad total (y su radio) y la estrella iniciará a subir la rama de gigantes.
- La siguiente gráfica presenta la estructura del modelo de una estrella de $1 M_{\odot}$ en el punto 5' de la Fig. 9.1.

- Se aprecia el gradiente muy plano de temperatura en el núcleo.
- El perfil de abundancia de hidrógeno ahora tiene dos discontinuidades. La discontinuidad interior delimita el núcleo mientras que la exterior indica hasta donde llega la envolvente convectiva.
- Ya la presión de un gas ideal no es suficiente para contrarrestar la gravedad. Contribuye significadamente la presión de electrones degenerados.

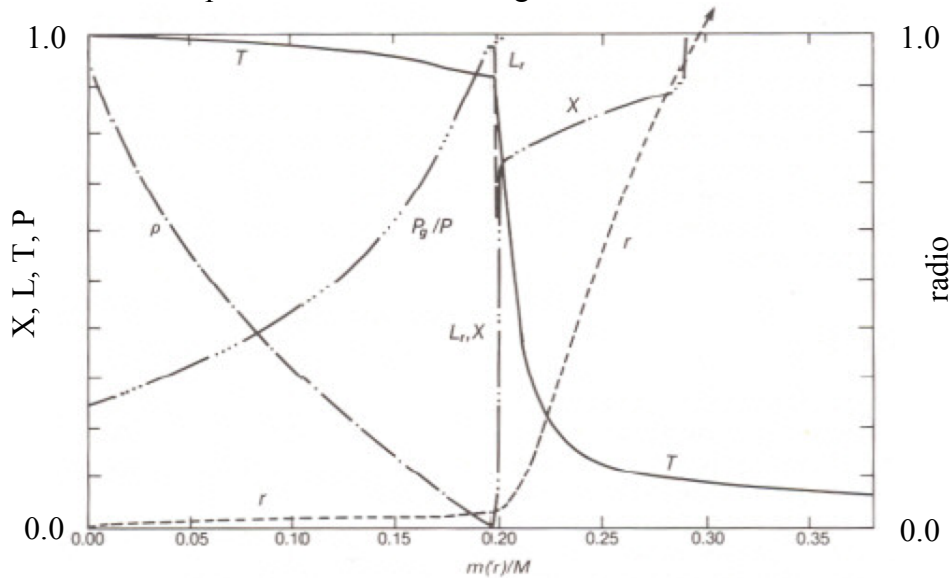


Figure 10.8. Model of the core of a $1 M_{\odot}$ star during the subgiant stage, at a time of 10.8747×10^9 years. P_g/P is the ratio of gas pressure given by the ideal gas law to the total pressure including degeneracy. The luminosity rises steeply from zero to $L = 11.422 L_{\odot}$ across the inner He core boundary. The maximum value of the ordinate for each curve is: $r = R_{\odot}$; $P_g/P = 1$; $\rho_c = 9.117 \times 10^4 \text{ g cm}^{-3}$; $T_c = 2.7351 \times 10^7 \text{ K}$; and $X_c = 0.693$. Note that only the inner $0.38 M$ is shown.

- En las estrellas con masas menores a $1.8 M_{\odot}$, la presión debido a electrones degenerados dominará la presión total durante la subida de la rama de gigantes. La característica importante de la presión de electrones degenerados es que no depende de la temperatura, a diferencia de un gas ideal. Es decir,

$$P \neq f(T)$$

para un gas de electrones degenerados.

- Al llegar a la cima de la rama de gigantes, se inicia la combustión de helio en el núcleo. Normalmente, el aumento de la temperatura resultante de la energía generada provocaría un aumento en la presión, pero el carácter degenerado del gas no permite que aumente la presión en esta circunstancia. Al aumentar la temperatura, las reacciones nucleares suceden cada vez más rápidamente, produciendo más energía y aumentando más la temperatura, iniciando un destello térmico descontrolado, conocido como el destello de helio.
- Eventualmente, la temperatura sube lo suficiente para levantar la degeneración del gas. En este momento, la presión se vuelve sensible a la temperatura, lo cual provoca un aumento súbito de la presión. A su vez, se expande el núcleo, lo cual disminuye la temperatura y apaga la combustión nuclear. La expansión del núcleo provoca una contracción de la envolvente. Dado que la mayoría de la energía generada es usada para expandir el núcleo, la luminosidad de la estrella disminuye. Esta evolución sucede sobre escalas de tiempo dinámico.

- El destello de helio es muy corto. Una vez que se ajusta la estructura, la combustión de helio sucede de manera estable y el material del núcleo de nuevo se comporta como un gas ideal.
- En la Fig. 9.1, se ve que todas las estrellas que pasan por el destello de helio terminan la rama de gigantes en casi la misma posición. La razón por esto es sencilla. Evolucionan a lo largo de la rama de gigantes hasta producir un núcleo cuya masa es suficiente para encender la combustión de helio en las condiciones de degeneración que son comunes a todas. Por lo tanto, el tiempo de evolución en la rama de gigantes depende de la masa de la estrella, siendo más largo cuanto menor es la masa, porque tardan más tiempo en producir el núcleo necesario a menor masa.

El caso de una estrella de $5 M_{\odot}$

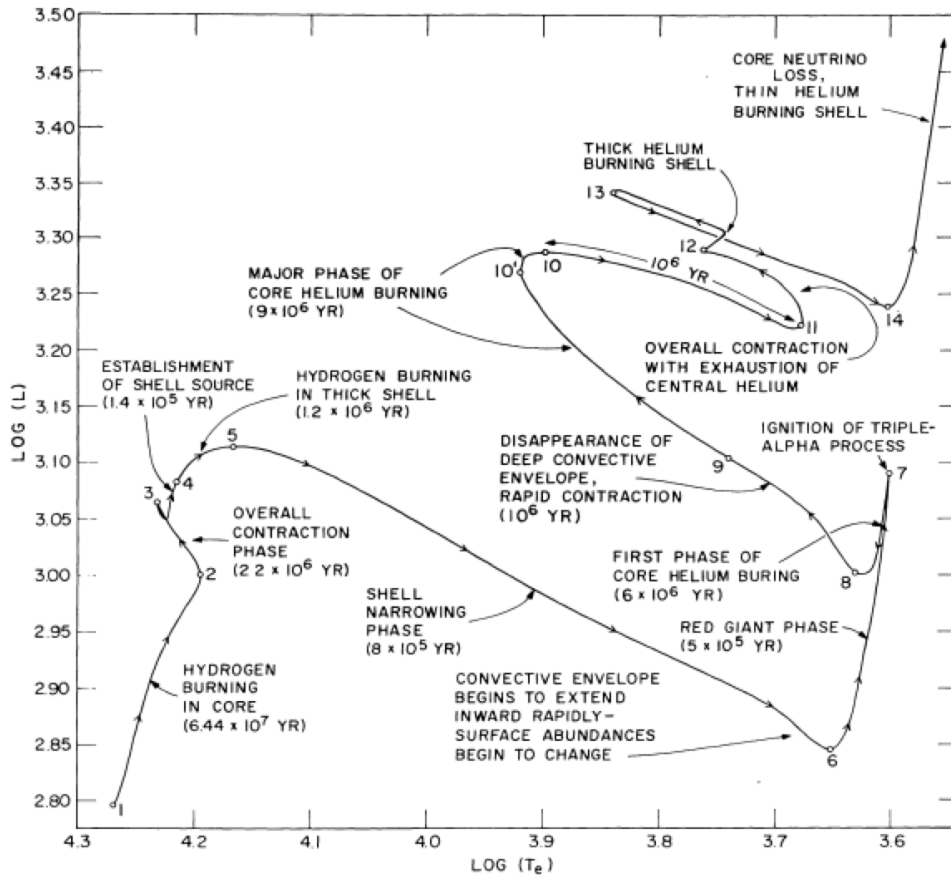


FIG. 2.—The track in the H-R diagram of a theoretical model star of mass $5 M_{\odot}$ and of Population I composition. Text beside various portions of the track describe an important physical process occurring within the star at the indicated position. From Iben (1967c).

“Figura 2”

- En las estrellas más masivas, como en el caso de la estrella de $5 M_{\odot}$ de la Fig. 9.1, la estructura que se desarrolla al terminar la secuencia principal es ligeramente distinta, principalmente debido a la mayor generación de energía por contracción gravitatoria. La gráfica anterior (versión original de Iben, I., Jr. 1967, Annual Reviews of Astronomy & Astrophysics, vol. 5, p. 71) presenta en detalle los eventos en la vida de estas estrellas como se conoce hoy en día (realmente, desde hace del orden de 15 años; difiere de lo presentado en el libro de texto después de que se agota el helio en el núcleo).

- La siguiente gráfica presenta la estructura interna de un modelo de una estrella de $5 M_{\odot}$.
- En comparación con el modelo de $1 M_{\odot}$,
 - se genera más energía en el núcleo y
 - el gradiente de temperatura cambia menos entre el núcleo, la cáscara y la envolvente.
- Como en el caso de la estrella de $1 M_{\odot}$, la combustión de hidrógeno en la cáscara activa aumenta la masa del núcleo, provocando que se contrae, que se calienta la cáscara así generando más energía y que se expande la envolvente.
- Dada la mayor masa del núcleo, las temperaturas alcanzadas en la cáscara son mayores, así que la transición de la secuencia principal al inicio de la rama de gigantes es más rápida que en estrellas de menor masa.

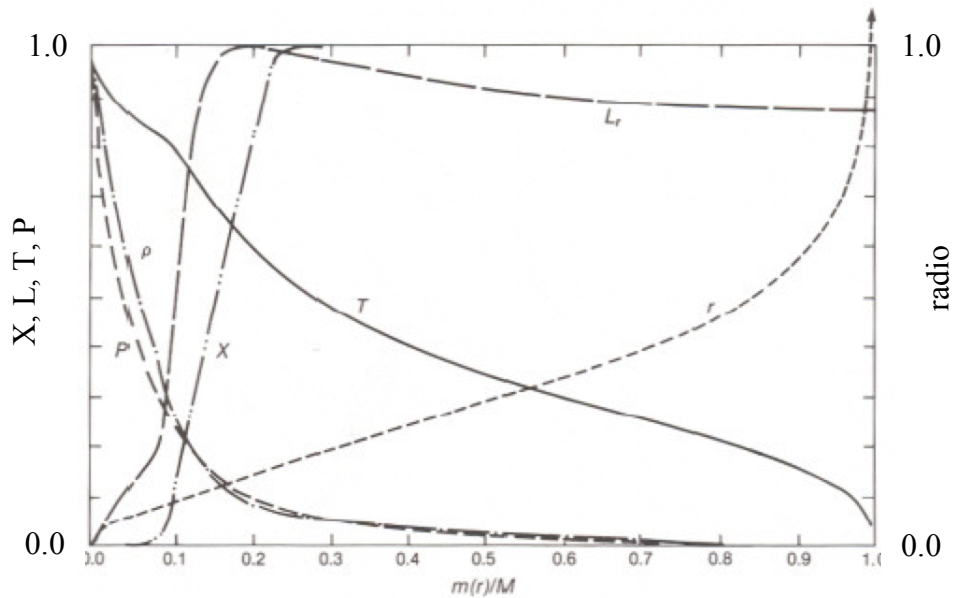


Figure 10.10. Model of a $5 M_{\odot}$ star just after it leaves the main sequence at a time of 6.84461×10^7 years. Maximum value of the ordinate for each curve; $r = 2.9198 R_{\odot}$; $P_c = 2.427 \times 10^{17}$ dynes cm^{-2} ; $\rho_c = 106.59 \text{ g cm}^{-3}$; $T_c = 3.6164 \times 10^7 \text{ K}$; $L = 1.291 \times 10^3 L_{\odot}$; and $X_c = 0.708$. The total radius is $R = 3.943 R_{\odot}$.

- La mayor masa del núcleo también genera más energía por contracción gravitacional, lo cual permite que se mantenga un gradiente de temperatura y así evita que el gas se vuelva degenerado.
- La siguiente gráfica presenta la estructura del modelo cuando inicia su subida de la rama de gigantes (punto 5 en la Fig. 9.1).
 - Claramente el gradiente de temperatura es mucho más empinado que en el caso del modelo de $1 M_{\odot}$. Ahora sí se nota un cambio dramático del gradiente de temperatura entre la cáscara de combustión de hidrógeno y la envolvente.
 - La caída de la luminosidad afuera de la cáscara se debe a la energía utilizada en expandir a la envolvente, pero se aplanan en la parte externa, que es convectiva.
 - Cualitativamente, la subida de la rama de gigantes es parecida al caso de una estrella de menor masa.
 - Por otra parte, al llegar a la cima de la rama de gigantes, el material del núcleo no es degenerado. Entonces, al encender la combustión de helio, lo cual termina la subida de la rama de gigantes, sucede de una manera no violenta, porque la presión sí responde a la

presión generada por la combustión nuclear. El aumento en la presión expande al núcleo, evitando el destello de helio.

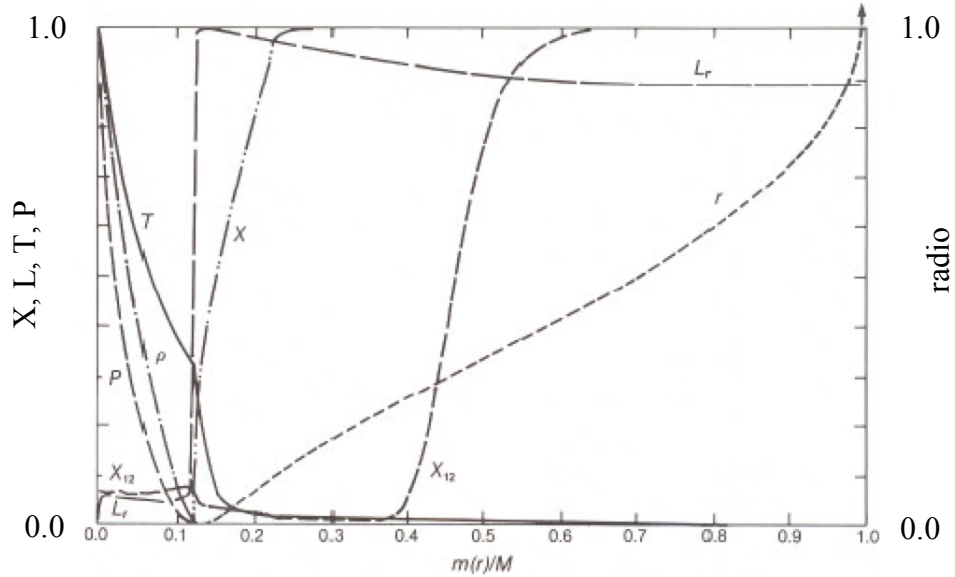


Figure 10.11. Model of a $5 M_{\odot}$ star during the giant stage at a time of 7.04×10^7 years. The maximum value of the ordinate for each curve is: $r = 47.688 R_{\odot}$ (total radius $R = 51.328 R_{\odot}$); $P_c = 5.18 \times 10^{19}$ dynes cm^{-2} ; $\rho_c = 7.7 \times 10^3$ g cm^{-3} ; $T_c = 1.0323 \times 10^8$ K; $L = 8.76 \times 10^2 L_{\odot}$; $X = 0.708$; and $X_{12} = 3.61 \times 10^{-3}$.

- Dada la fuerte sensibilidad de la reacción triple α a la temperatura, el núcleo es convectivo. Este resultado es evidente si uno considera la ecuación de transferencia radiativa

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{rad} = - \frac{L(r)}{r^2 T^3} \frac{3\bar{k}}{16\pi ac} \quad (14)$$

y la ecuación equivalente a la ecuación (7) para la generación de energía por la reacción triple α

$$L(r) \approx \epsilon_{3\alpha} \rho^2 T^{30} Y^3 \approx \epsilon_{3\alpha} Y^3 r^{-6-n} \approx \epsilon_{3\alpha} Y^3 r^{-36} \quad \text{dado } n \approx 30 \quad (15)$$

y donde Y es la abundancia de helio. (La ecuación (15) supone las mismas dependencias sobre el radio para la temperatura y densidad que supone la ecuación (7), las cuales son probablemente subestimaciones.) Tanto la ecuación (15) como la siguiente gráfica indican que la producción de energía por la combustión de helio está fuertemente concentrada hacia el centro, resultando en un gradiente radiativo de temperatura extremadamente fuerte, lo cual provoca la convección.

- Como resultado de la combustión de hidrógeno en la cáscara, la expansión del núcleo provoca una contracción y calentamiento de la envoltura. Mientras se contrae y calienta la envoltura, la zona de convección se retira hacia la superficie de la estrella. El trayecto en el diagrama HR es hacia el azul.

Después de la rama de gigantes, caso $5 M_{\odot}$

- La siguiente gráfica ilustra la estructura de la estrella en el punto 7 de la Fig. 9.1.
 - La estrella genera energía por la reacción triple α en el núcleo convectivo. Notar que la convección se extiende más allá de donde existe combustión de helio.
 - Afuera del núcleo se encuentra una cáscara inerte de helio (casi) puro.

- Sigue la cáscara de combustión de hidrógeno, la cual es muy delgada, pero responsable por la generación de la mayoría de la energía.
- Se genera un poco de luminosidad por contracción gravitatoria de la envoltente.
- El núcleo sigue expandiéndose hasta llegar al punto 8 de la Fig. 9.1. Luego, empieza a contraer. Como consecuencia, la envoltente deja de contraer e inicia su expansión de nuevo. En el diagrama HR, la estrella inicia una evolución nuevamente hacia el rojo debido al enfriamiento de la envoltente. En el punto 9' de la Fig. 9.1, la contracción gravitatoria empieza a contribuir de manera importante a la generación de energía en el núcleo, lo cual acelera la expansión de la envoltente y la evolución hacia el rojo en el diagrama HR.

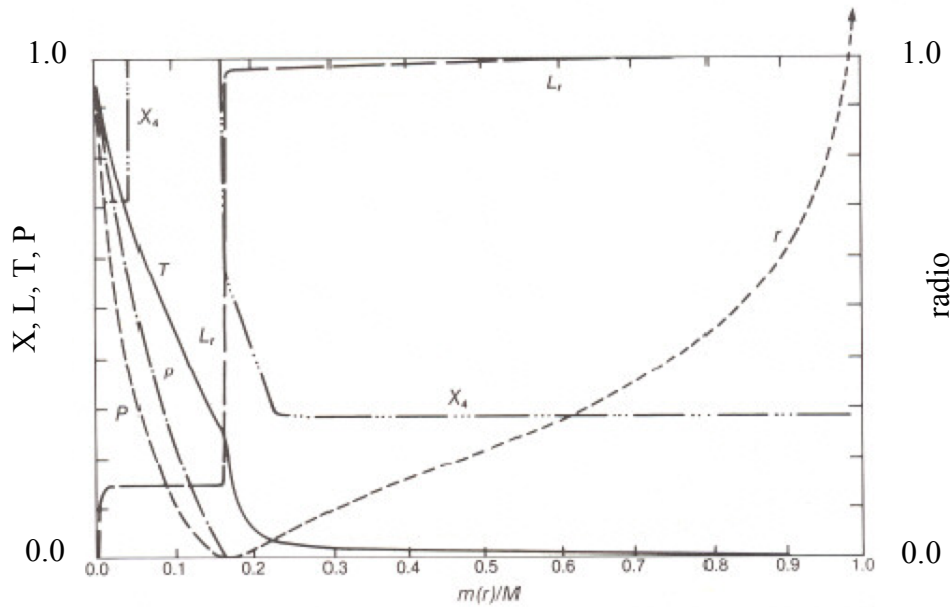


Figure 10.12. The $5 M_{\odot}$ during the giant stage at time 7.7×10^7 years. The maximum values of the ordinate for each curve are: $r = 35.85 R_{\odot}$; $P_c = 6.21 \times 10^{19}$ dynes cm^{-2} ; $\rho_c = 7.7$ g cm^{-3} ; $T_c = 1.33 \times 10^8$ K; $L = 1.14 \times 10^3 L_{\odot}$; and helium abundance $X_4 = 0.9763$. Total radius $R = 50.61 R_{\odot}$.

- Eventualmente, se agota el helio en el núcleo. El núcleo sigue contrayendo. La capa inerte de helio participa en la contracción del núcleo. Dado que está activa la cáscara de combustión de hidrógeno, se expande la envoltente, baja la temperatura efectiva y la estrella evoluciona hacia el rojo.
- Eventualmente, la contracción de la capa inerte de helio produce condiciones de densidades y temperaturas son adecuadas para que se inicie la combustión de helio en una cáscara rodeando al núcleo. Durante esta fase, la estrella tiene dos cáscaras activas de combustión y su estructura es como la presentada en la siguiente gráfica.
 - La luminosidad generada en el núcleo se deriva de la contracción gravitatoria. Esta contracción se acelerará debido a la actividad de la cáscara de combustión de helio.
 - La cáscara de combustión de helio produce más luminosidad de lo que producía la combustión de helio anteriormente en el núcleo. No obstante, inicialmente la cáscara de combustión de hidrógeno sigue generando la mayoría de la luminosidad.
 - La luminosidad generada en la envoltente se debe a la contracción gravitatoria. Dado que el signo de la contracción cambia en cada cáscara de combustión, cuando el núcleo

contrae (negativo), la capa inerte de helio se expande (positivo), provocando la disminución de la luminosidad en esta región, y la envoltente contrae (negativo).

- Conforme aumenta la masa del núcleo (inerte) aumenta la temperatura y la energía generada en la cáscara de combustión de helio. Eventualmente domina la producción de energía.
- Al mismo tiempo, la expansión de la capa inerte de helio genera condiciones de temperatura y densidad en la cáscara de combustión de hidrógeno que disminuyen la producción de energía hasta que no la permiten y esta cáscara se vuelve inerte. Este evento termina la segunda excursión hacia el azul en la “Figura 2”. La contracción del núcleo continua, lo cual implica que ahora se expande la envoltente dado que existe solamente una cáscara de combustión activa.

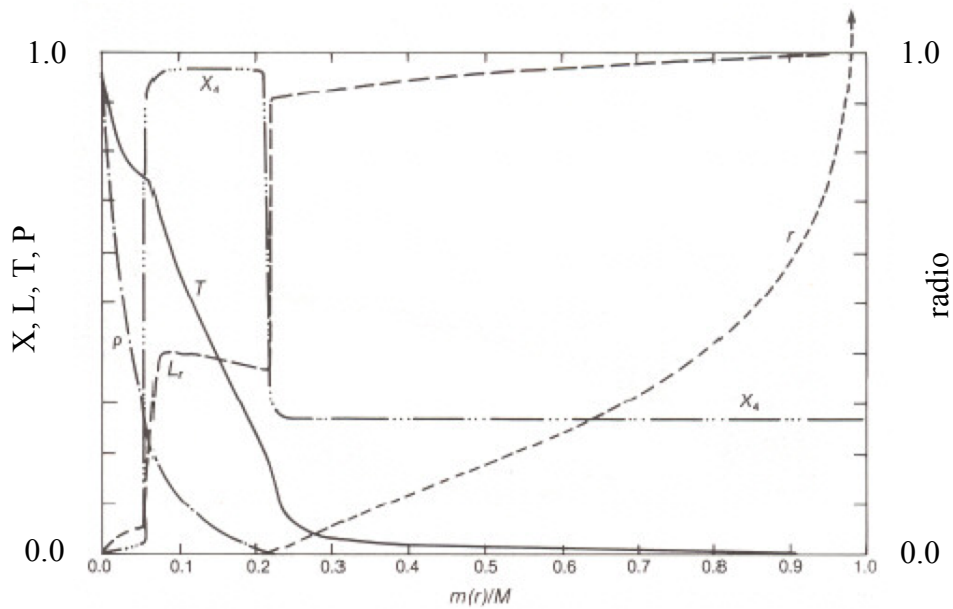


Figure 10.13. Model of a $5 M_{\odot}$ star during the giant stage at time 8.79×10^7 years. Maximum ordinate for each curve: $r = 23.77 R_{\odot}$ (total radius $R = 44.14 R_{\odot}$); $\rho_c = 2.16 \times 10^4 \text{ g cm}^{-3}$; $T_c = 1.84 \times 10^8 \text{ K}$; $L = 1.94 \times 10^3 L_{\odot}$; and $X_4 = 1.0$.

- La estrella se acerca a lo que sería una extensión de la rama de gigantes de nuevo (vea Fig. 2), también conocida como la rama asintótica de gigantes (las siglas AGB en inglés).
 - La envoltente se vuelve completamente convectiva y aumenta su profundidad.
 - Eventualmente, como ilustra la siguiente gráfica, la envoltente convectiva empieza a incluir la zona donde anteriormente estuvo la cáscara de combustión de hidrógeno, donde la composición está dominada por helio y nitrógeno. Este evento tiene fuerte implicaciones para la composición química de la envoltente, porque será fuertemente enriquecida en helio y nitrógeno.
- Mientras la estrella sube la rama de gigantes por segunda vez, el núcleo inerte se vuelve degenerado (densidad $\sim 10^6 \text{ g/cm}^3$). La conducción térmica mantiene la temperatura del núcleo cercana a la de la cáscara de combustión de helio (temperatura $\sim 2 \times 10^8 \text{ K}$).
- Hacia el fin de la segunda subida de la rama de gigantes, la cáscara de combustión de helio se acerca a la discontinuidad química donde era la cáscara de combustión de hidrógeno. Temprano en la historia de los cálculos de la evolución estelar, los modelos indicaron que la cáscara de combustión de helio es inestable si su masa es demasiado bajo, una condición que se cumple hacia el fin de la segunda subida de la rama de gigantes.

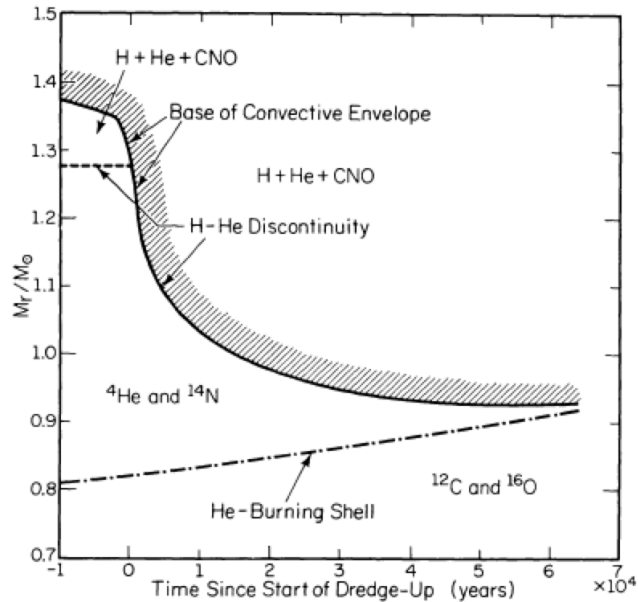


FIG. 4.—Interior composition, position of the helium-burning shell, and position of the base of the convective envelope during the second dredge-up episode in a model of mass $7 M_{\odot}$. Adapted from Becker and Iben (1979).

- Cuando la masa de la cáscara de combustión de helio es demasiado bajo, se apaga y se enciende de nuevo la cáscara de combustión de hidrógeno. (En cualquier caso, la cáscara de combustión de helio tendría que apagarse si llegara a la discontinuidad química donde era la cáscara de combustión de hidrógeno por falta de combustible.)
- De aquí en adelante, las cáscaras de combustión de hidrógeno y helio alternarán para proveer la luminosidad que requiere la estrella, como indica la gráfica anterior (Iben, I., Jr. & Renzini, A. 1983, Annual Reviews of Astronomy & Astrophysics, vol. 21, p. 271). Aunque es complicada, la siguiente gráfica presenta el desarrollo temporal de la luminosidad proviniendo de las cáscaras de combustión nuclear.
 - En estas condiciones extremas, la combustión de helio es explosiva. En este caso, la violencia del inicio de la combustión no se debe a que el gas es degenerado, sino que la energía liberada es grande y la masa de la cáscara es pequeña.
 - Cuando se inicia la cáscara de combustión de helio, casi apaga la cáscara de combustión de hidrógeno, provocando una disminución de su luminosidad por un factor de 10^4 .
 - Lo anterior sucede porque el inicio de la combustión de helio provoca una expansión violenta tanto de la capa donde proceden estas reacciones como de las regiones inmediatamente encima. Dada la cercanía de las dos cáscaras de combustión, la expansión baja la densidad y la temperatura en la cáscara de combustión de hidrógeno, con las consecuencias esperadas para su producción energética.
 - Los “pulsos” de combustión de helio son muy cortas y, en promedio, proveen solamente una pequeña fracción de la luminosidad de la estrella.
- La siguiente gráfica también ilustre que
 - La función de la cáscara de combustión de hidrógeno, aparte de producir la luminosidad necesaria para sostener a la estrella, es renovar la cáscara de combustión de helio. De un pulso a otro, la masa interior a la discontinuidad química que provoca la cáscara de

combustión de hidrógeno aumenta lo suficiente para permitir el desarrollo del siguiente pulso de combustión de helio.

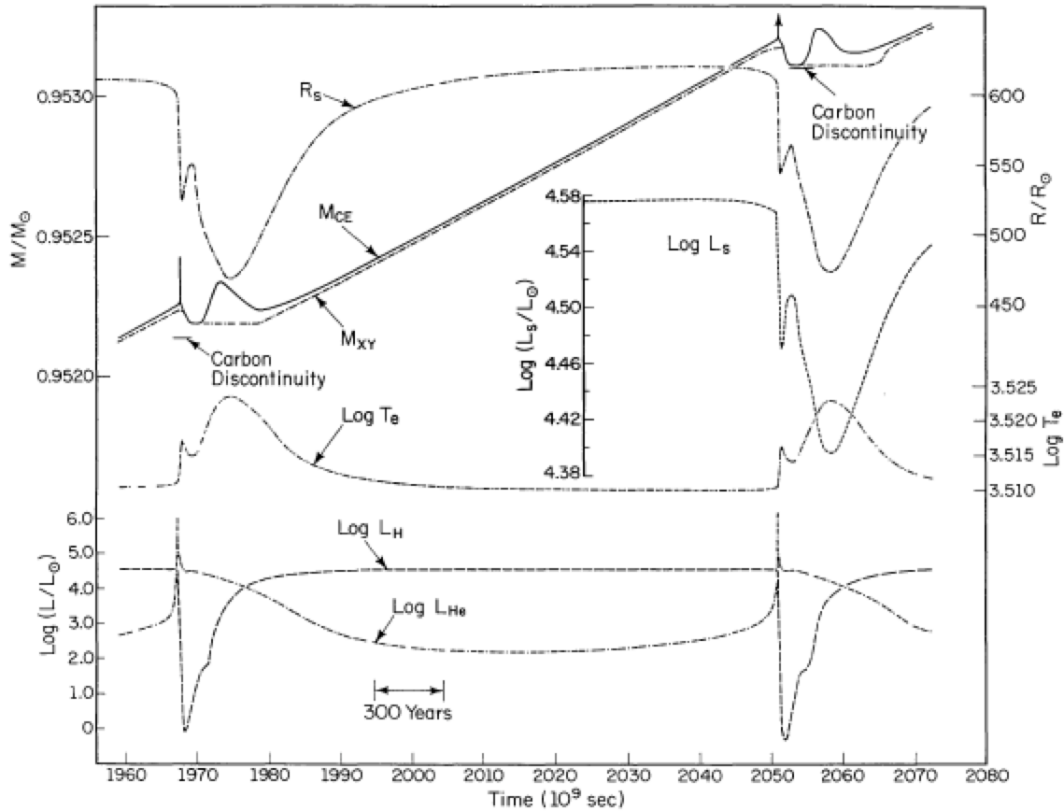


Figure 2 The variation with time of several internal and external characteristics in a model of mass $7M_{\odot}$ and initial composition $(Y, Z) = (0.28, 0.02)$ during and between its seventh and eighth thermal pulses as an AGB star. Here, L_H is the rate of energy production by hydrogen-burning reactions, L_{He} the rate of energy production by helium-burning reactions, L the surface luminosity, M_{XY} the location in mass of the hydrogen-helium discontinuity, M_{CE} the location in mass of the base of the convective envelope, R_s the radius of the star, and T_e the surface temperature of the star. Surface temperature is in degrees Kelvin and all other quantities are in solar units.

- Los pulsos de combustión de helio provocan cambios en toda la estructura de la estrella. Se ven afectados tanto el radio como la temperatura efectiva de la estrella.
- La gráfica siguiente (Herwig, F. 2005, Annual Reviews of Astronomy & Astrophysics, vol. 43, p. 435) presenta esquemáticamente los perfiles logarítmicos de la densidad, la temperatura y el radio en función de la masa (notar que M_* realmente significa M_{\odot} y el radio es el logaritmo en cm y no el cociente con respecto al radio del Sol).
- La estrella es dividida en un núcleo muy pequeño, denso y caliente y una envoltura muy difusa, extendida y fría.
- Notar que el gradiente de la temperatura es positiva en el núcleo. El centro es más frío que la región más cercana a las cáscaras de combustión. Esto se debe a la conversión de la energía liberada por la contracción gravitatoria en neutrinos, lo cual es factible dada las temperaturas, los cuales escapan de la estrella sin interactuar, privándola de su energía.

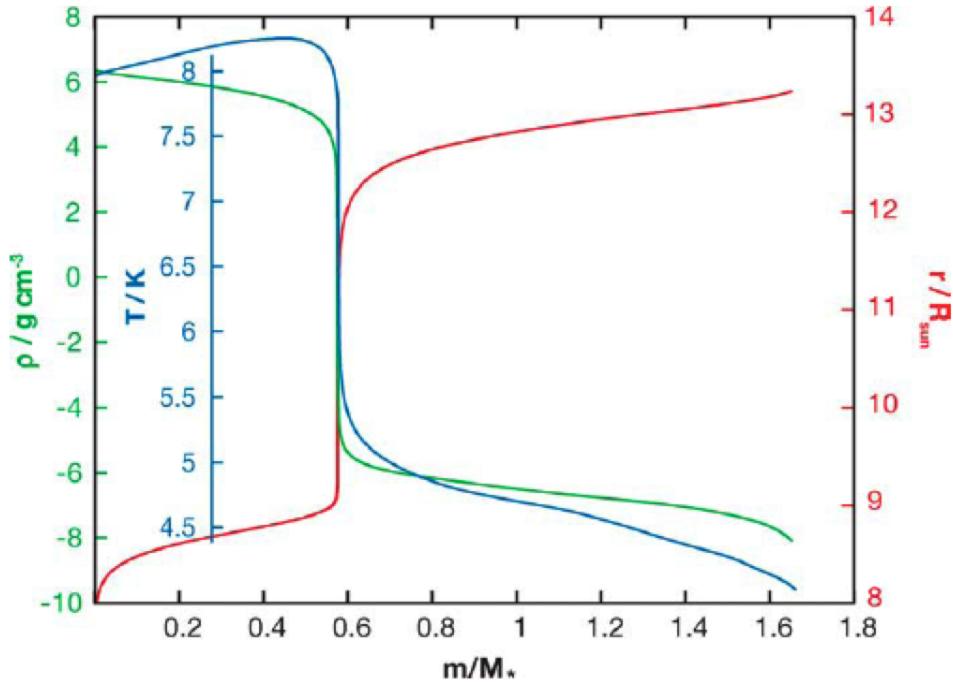


Figure 4 Structural profile of stellar model 46000 of sequence ET2 ($2 M_{\odot}$, $Z = 0.01$) of Herwig & Austin (2004), corresponding to $t = 76000$ yr in Figure 3.

- La siguiente gráfica (también de Herwig 2005) presenta la composición química de la estrella en función de la masa.
 - Notar que las dos gráficas inferiores son una expansión de parte de la gráfica anterior. La primera gráfica ilustra como las cáscaras de combustión nuclear separan el núcleo de la envoltura.
 - El momento representado es durante la fase de baja luminosidad de la cáscara de combustión de helio.
 - La cáscara de combustión de hidrógeno transforma hidrógeno a helio y casi todo el oxígeno y carbono en nitrógeno (combustión por la cadena CNO a alta temperatura).
 - A su vez, la cáscara de combustión de helio convierte los residuos de la combustión de hidrógeno en carbono y oxígeno.
 - El núcleo inerte es compuesto principalmente de carbono y oxígeno.

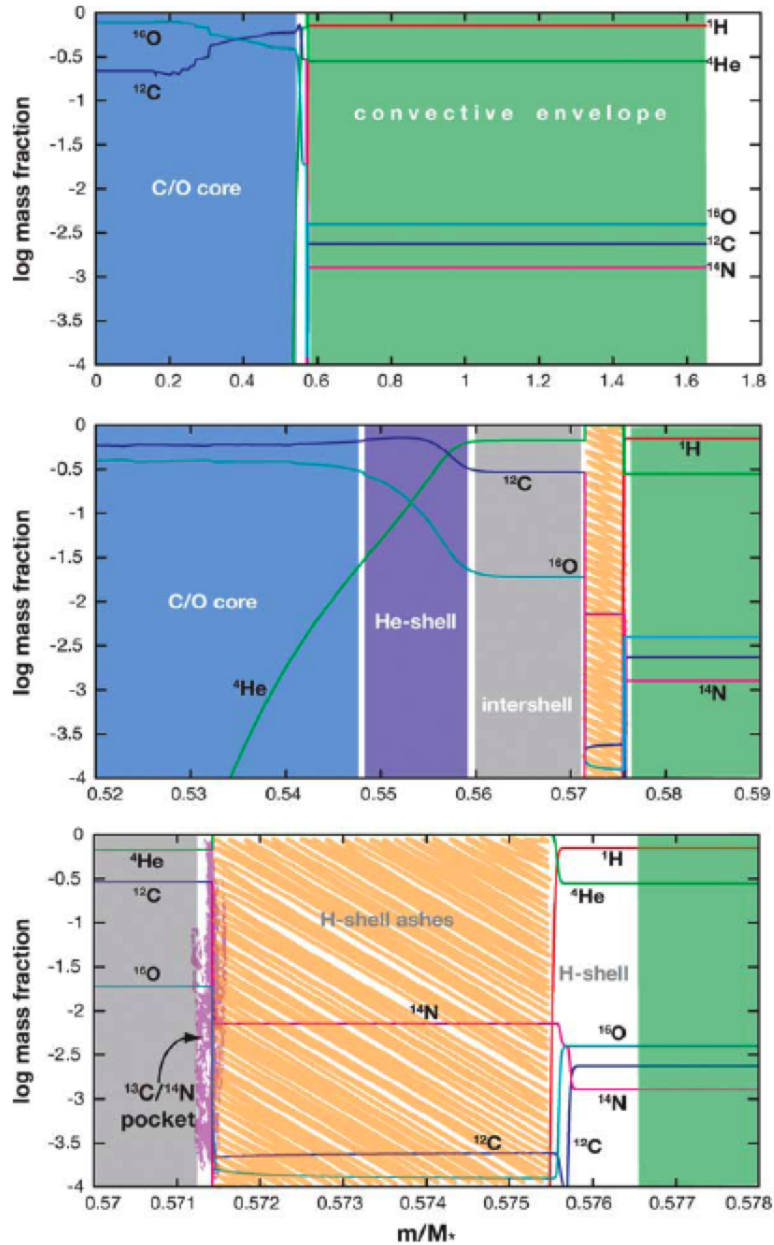


Figure 5 Chemical profile (H, He, C, N, O) of stellar model 46000 of sequence ET2 ($2 M_{\odot}$, $Z = 0.01$) of Herwig & Austin (2004), corresponding to $t = 76000$ yr in Figure 3.

- A diferencia de la terminación de la rama de gigantes, que sucede debido a un proceso bien definido, el inicio de la combustión de helio, no es todavía claro exactamente como termina la ascensión de la rama asintótica. Como indica la siguiente gráfica (de Iben 1991), la luminosidad con la cual una estrella termina la ascensión de la rama asintótica depende de su masa, siendo mayor cuanto mayor es su masa.
- Es claro que se termina la rama asintótica porque las estrellas pierden sus envolventes, porque observamos las estrellas más luminosas de la rama asintótica rodeados de cáscaras que anteriormente constituyeron sus envolventes. Existen una variedad de explicaciones de como y porque se desprende la envoltente, las más comunes invocando a la presión de

radiación sobre el polvo o a pulsaciones o a pulsos térmicos, pero, en realidad, los detalles siguen sin una explicación definitiva.

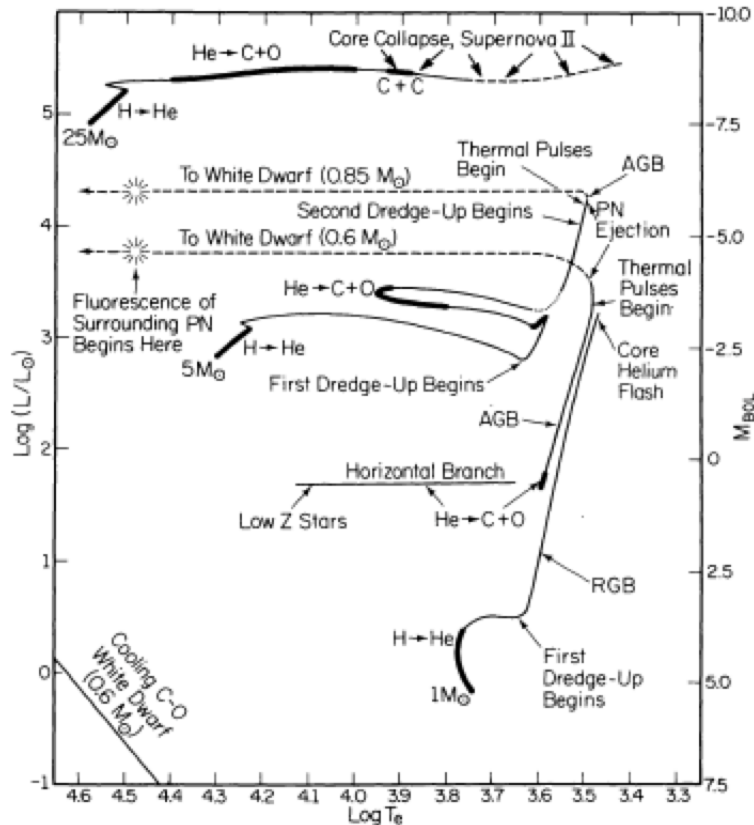


FIG. 5.—Tracks in the H-R diagram of theoretical model stars of low ($1 M_{\odot}$), intermediate ($5 M_{\odot}$), and high ($25 M_{\odot}$) mass. Nuclear burning on a long time scale occurs along the heavy portions of each track. The places where first and second dredge-up episodes occur are indicated, as are the places along the AGB where thermal pulses begin. The third dredge-up process occurs during the thermal pulse phase, and it is here where one may expect the formation of carbon stars and ZrO-rich stars. The luminosity where a given track turns off from the AGB is a conjecture based on comparison with the observations. From Iben (1985).

- Eventualmente, las estrellas entre aproximadamente 1 y $8 M_{\odot}$ perderán sus envolturas para producir nebulosas planetarias. La siguiente gráfica (Herwig 2005) presenta la evolución durante la fase de nebulosa planetaria en más detalle. La traza roja presenta la evolución normal. La traza azul presenta la evolución de un modelo que sufrió un pulso térmico muy tardío, lo cual provoca que la estrella repite parte de su evolución anterior.
- La fase de nebulosa planetaria es muy corta, cuando mucho del orden de 4×10^4 años, que es el tiempo para que la envoltura se disperse en el espacio.
- La evolución de la estrella central de la nebulosa planetaria (que antes era el núcleo y la parte más interna de la envoltura) es dominado por procesos que hasta ahora no hemos contemplado.
- Una vez que se quita la mayoría de la envoltura de la estrella al fin de la rama asintótica, la estrella evoluciona hacia temperaturas cada vez mayores, pero a una luminosidad constante.
 - Lo que queda de la envoltura/atmósfera es muy delgada, constituyendo del orden de centésimas de una masa solar, cuando mucho.

- Por una parte, la cáscara de combustión de hidrógeno, que sigue generando la luminosidad de la estrella (se supone que puede ser la cáscara de combustión de helio a veces también), consume esta envoltente desde el interior de la estrella.
- Por otra parte, durante esta fase evolutiva, la estrella emite un viento, el cual será muy importante en la formación de la nebulosa planetaria, pero que afecta a la estrella misma en la medida que también disminuye la masa de la envoltente.
- Como resultado de estos dos procesos, la masa de la envoltente disminuye a lo largo de la trayectoria horizontal en el diagrama HR y la cáscara de combustión de hidrógeno (o helio si acaso) se acerca cada vez más a la superficie de la estrella.
- En estas condiciones, no importa cuán fuerte es el gradiente de temperatura, aumentará la temperatura efectiva debido a la cercanía de la cáscara de combustión nuclear.
- La luminosidad constante se debe sencillamente a que la masa del núcleo ya no puede crecer sustancialmente por falta de material en la envoltente.

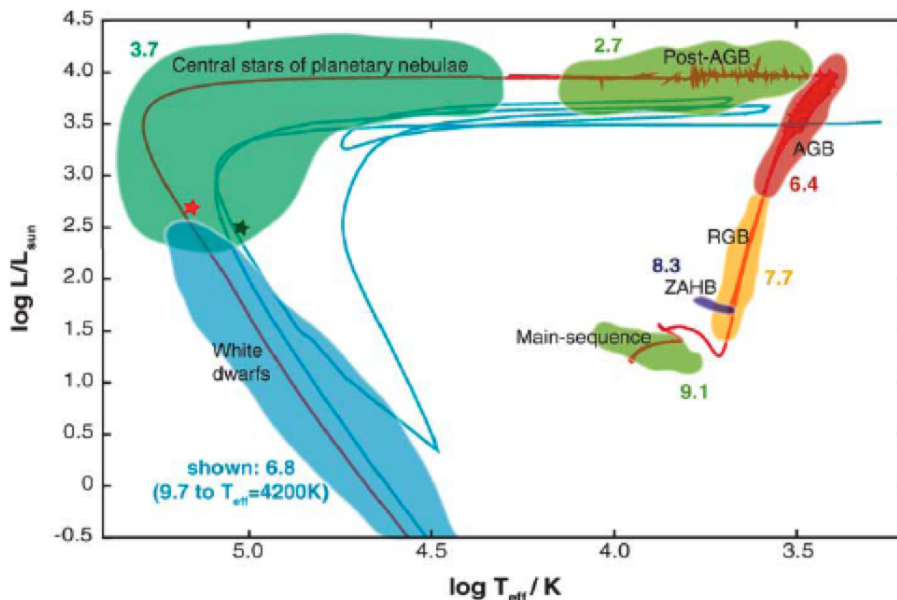
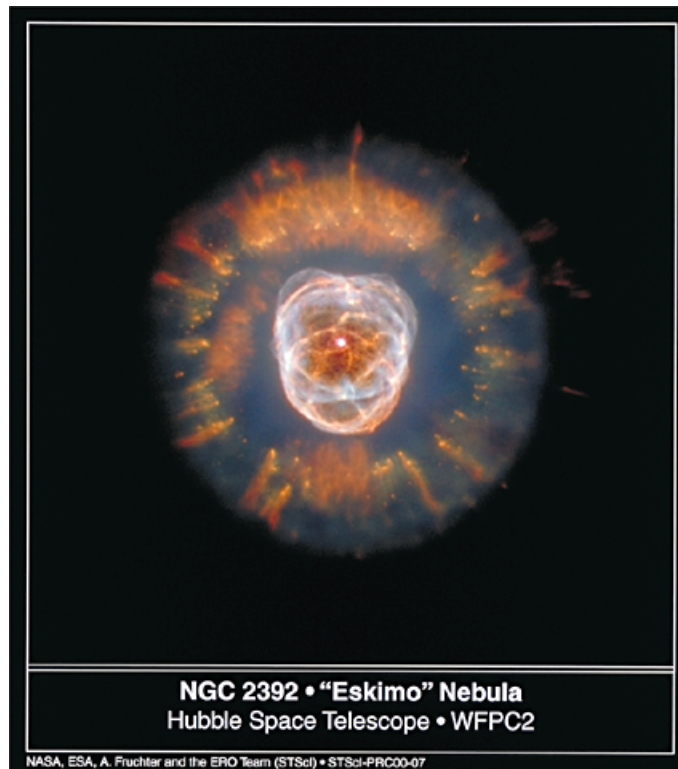


Figure 1 Hertzsprung-Russell diagram of a complete $2 M_{\odot}$ evolution track for solar metallicity from the main sequence to the white dwarf evolution phase. In the cooler section of the post-AGB phase, wiggles in the track are caused by numerical convergence difficulties. The blue track shows a born-again evolution (triggered by a very late thermal pulse, Section 4.2) of the same mass, however, shifted by approximately $\Delta \log T_{\text{eff}} = -0.2$ and $\Delta \log L/L_{\odot} = -0.5$ for clarity. The red and green stars mark the position of the central stars of planetary nebulae for which spectra are shown in Figure 8 (see Section 4.2). The number labels for each evolutionary phase indicates the log of the approximate duration for a $2 M_{\odot}$ case. Larger or smaller mass cases would have smaller or larger evolutionary timescales, respectively.

- Se termina la evolución horizontal en el diagrama HR, usualmente con una temperatura efectiva que rebasa a los 10^5 K, cuando la envoltente es tan delgada que es imposible mantener las temperaturas necesarias en la cáscara de combustión nuclear. En este punto, se apagan las reacciones nucleares, usualmente para siempre.
- En algunos casos, supuestamente muy escasos, es factible que suceda un último pulso térmico mientras la estrella esté en el trayecto de enfriamiento de enana blanca (ver lo siguiente). Cuando suceda esto, la estrella desarrolla una trayectoria complicada en el diagrama HR, pero que esencialmente permite que viva una segunda vez la etapa de

nebulosa planetaria. La traza azul en la gráfica anterior presenta la evolución de estas estrellas. Notar que la traza azul es deliberadamente desplazada hacia abajo y hacia la derecha para que se ve mejor. En realidad, la traza azul casi coincide con la roja.

- La siguiente foto presenta una imagen de la nebulosa planetaria NGC 2392, también conocido como la nebulosa del “Esquimal”, obtenida con el telescopio espacial Hubble. La estructura en la nebulosa es resultado de la interacción del viento que emite la estrella central con la envoltura anteriormente perdida al fin de la rama asintótica y de inestabilidades hidrodinámicas.



- Una vez que se apague la cáscara de combustión nuclear, la estrella central de la nebulosa planetaria se queda sin fuente de energía nuclear. Su única fuente de luminosidad es entonces la contracción gravitatoria. Como consecuencia, la estrella contrae y se enfría, siguiendo un trayecto en el diagrama HR hacia luminosidades y temperaturas menores para convertirse en una enana blanca.
- La gráfica que sigue (Bedin et al. 2005, Astrophysical Journal Letters, vol. 624, p. 45) presenta un diagrama HR extremadamente profundo del cúmulo NGC 6791 donde se ve tanto la secuencia principal como la secuencia de enfriamiento de las enanas blancas. Comparada con una estrella de la secuencia principal con el mismo color (aprox. la misma temperatura), una enana blanca tiene una luminosidad casi 10 mag menores (un factor de 10^4 en flujo).

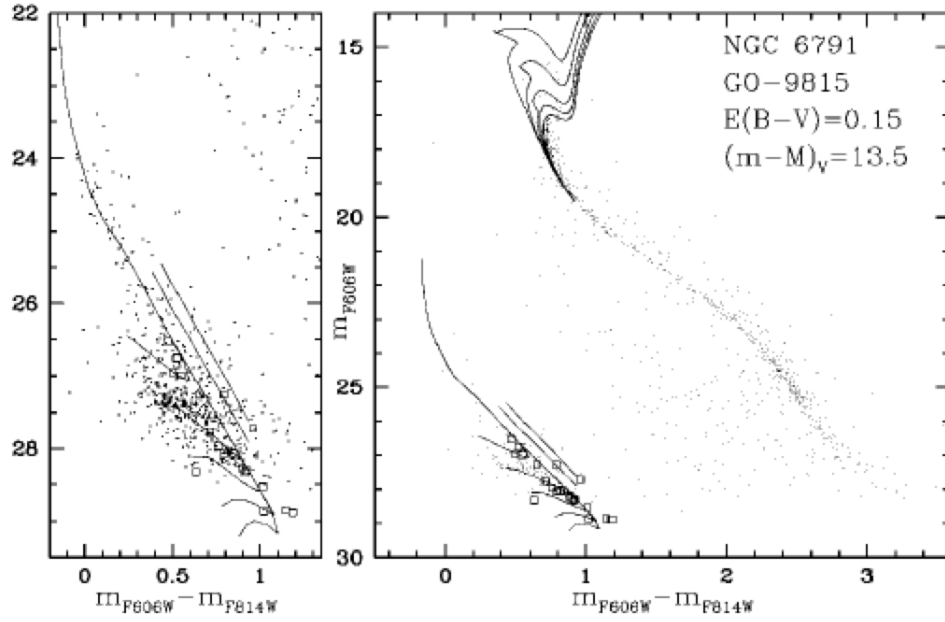


FIG. 2.—MS and the WDCS of NGC 6791, fitted with 2, 4, 6, 8, and 10 Gyr isochrones, with the same distance modulus and reddening. The lines on the red side of the WD isochrones indicate the loci of WDs with pure helium cores of 0.32 and $0.41 M_{\odot}$.